Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Общая теория рядов Фурье»

1. Выберите один правильный ответ

Дана ортонормированная система $\{e_k\}_1^\infty$ в пространстве со скалярным произведением. Найти угол φ между векторами x и y:

$$x = e_7 - \left(\frac{e_{23}}{2} + \frac{e_{24}}{3}\right), y = 0.5(e_2 - 3e_{24}) + e_7.$$

А) $arccos\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

Б) $arccos\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}$

В) $arccos\frac{6\sqrt{2}}{7\sqrt{7}}$

Правильный ответ: В
Компетенции: ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Найти скалярное произведение (x, y) векторов $x, y \in C_2[a, b]$, если $x(t) = t^2$, $y(t) = 4t^2 + 4t - 1$; $[a, b] = [-1,1]$.

А) 4

Б) $\frac{14}{15}$

В) $\frac{8}{15}$

Правильный ответ: Б
Компетенции: ОПК-1

3. Выберите один правильный ответ

Найти расстояние $\rho(x, y)$ между элементами $x(t) = t + 1$ и $y(t) = 2t^2 + +1$ евклидова пространства $C_2[0,1]$.

А) 3

Б) $\sqrt{\frac{2}{15}}$

В) $\sqrt{3}$

Правильный ответ: Б
Компетенции: ОПК-1

4. Выберите один правильный ответ

Пусть L – четырехмерное линейное пространство, $f(x)$ – линейный функционал на L, тождественно не равный нулю. Определить размерность его ядра $Kerf$, используя понятие фактор-пространства $L/_{Kerf}$.

А) 2
Б) 1
В) 3
Правильный ответ: В
Компетенции: ОПК-1

5. Расположите векторы $x(t) \in C[0,1]$ в порядке убывания их длины:
А) $t^2 + 1$
Б) $t^2 - 1$
В) $t^2 + t$
Г) $t^2 - t$
Правильный ответ: В, А, Б, Г
Компетенции: ОПК-1

6. Расположите фактор-пространства L_{10}/L' линейного пространства десяти измерений L_{10} по подпространствам $L' \subset L_{10}$ в порядке возрастания их коразмерности:
А) L_{10}/L_3
Б) L_{10}/L_1
В) L_{10}/L_5
Г) L_{10}/L_8
Правильный ответ: Г, В, А, Б
Компетенции: ОПК-1

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
_____элемента f по системе $\{\varphi_n\}$ называется ряд $\sum_k c_k \varphi_k$, где $\{\varphi_n\}$ – ортогональная нормированная система в евклидовом пространстве R и f – произвольный элемент из R; $c_k = (f, \varphi_k), k = 1,2, \ldots$ – коэффициенты Фурье элемента f по системе $\{\varphi_n\}$.
Правильный ответ: рядом Фурье.
Компетенции: ОПК-1

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
_____$\sum_1^\infty c_k^2 \ll \|f\|^2$ называется неравенством Бесселя, где $c_k = (f, \varphi_k), k = 1,2, \ldots,$ f – произвольный элемент из евклидова пространства R.
Правильный ответ: неравенство.
Компетенции: ОПК-1

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Ортогональная нормированная система $\{\varphi_n\}$ называется _____, если для любого $f \in R$, где R – евклидово пространство, справедливо равенство $\sum_1^\infty c_k^2 = \|f\|^2$, $c_k = (f, \varphi_k), k = 1,2, \ldots$

Правильный ответ: замкнутой.

Компетенции: ОПК-1

10. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это полное евклидово пространство бесконечного числа измерений.

Правильный ответ: гильбертово пространство.

Компетенции: ОПК-1

11. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Для того чтобы нормированное пространство R было _____, необходимо и достаточно, чтобы для любых двух элементов f и g, выполнялось равенство $\|f + g\|^2 + \|f - g\|^2 = 2(\|f\|^2 + \|g\|^2)$.

Правильный ответ: евклидовым.

Компетенции: ОПК-1

12. Норма элемента $\|x\|_1, x = (1, -1, -3, 0, 2)$ равна … *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 7.

Компетенции: ОПК-1

13. Норма элемента $f(t) = \cos t \in C[0, \frac{\pi}{2}]$ равна … *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 1.

Компетенции: ОПК-1

14. Скалярное произведение векторов (f, g), где $f(t) = \sin t, g(t) = \cos t \in C[-\pi, \pi]$ равно … *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 0.

Компетенции: ОПК-1

15. Найти скалярное произведение векторов $x = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots\right)$ и $y = (0,1,1,0, \ldots), x, y \in l_2$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: $\frac{5}{6}$.

Компетенции: ОПК-1

16. Найти коэффициент a_1 в разложении функции $f(x) = x^2, -\pi \ll x \ll \pi$ в ряд Фуре по полной ортогональной системе $1, \cos nx, \sin nx, n = 1,2, \ldots$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: -4.

Компетенции: ОПК-1

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Общая теория рядов Фурье» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № 8 от 24.02.2025	 В.В. Малый